

## Диагностическая работа №1 по МАТЕМАТИКЕ

9 класс

19 марта 2019 года

Вариант МА90601

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

## Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит девять заданий: в части 1 — шесть заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 14 запишите в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе бумаги. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

**Желаем успеха!**

## Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр.

## Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения  $\frac{1}{4} - \frac{51}{20}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

2 В таблице приведены нормативы по бегу на 30 метров для учащихся 9 класса.

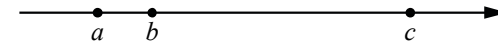
Отметка	Мальчики			Девочки		
	«5»	«4»	«3»	«5»	«4»	«3»
Время (в секундах)	4,6	4,9	5,3	5,0	5,5	5,9

Какую отметку получит мальчик, пробежавший 30 метров за 5,09 секунды?

- 1) отметка «5»    3) отметка «3»  
 2) отметка «4»    4) норматив не выполнен

Ответ:

3 На координатной прямой отмечены числа  $a$ ,  $b$  и  $c$ .



Какая из разностей  $a - b$ ,  $c - a$ ,  $b - c$  положительна?

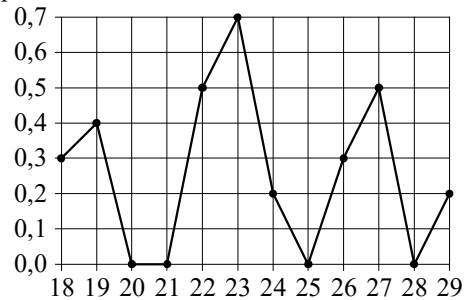
- 1)  $a - b$     2)  $c - a$     3)  $b - c$     4) ни одна из них

Ответ:

4 Найдите значение выражения  $\frac{2^{-5} \cdot 2^{-8}}{2^{-17}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Якутске с 18 по 29 октября 1986 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какое наибольшее суточное количество осадков выпадало в Якутске в данный период. Ответ дайте в миллиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

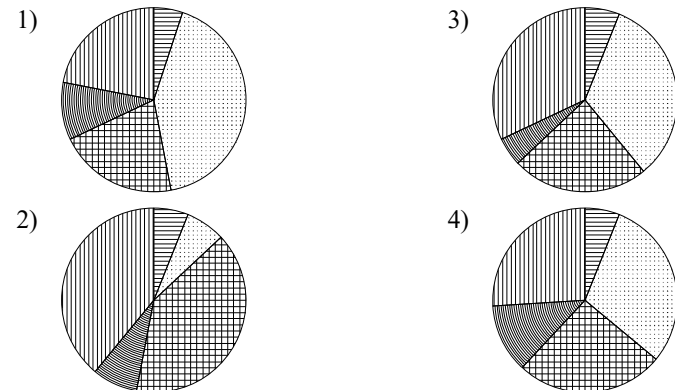
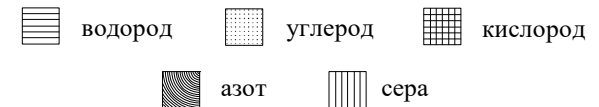
- 6 Решите уравнение  $5x^2 - 9x + 4 = 0$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Для приготовления смеси из сухофруктов смешивают курагу и изюм в отношении 22:3 соответственно. Сколько процентов этой смеси составляет курага?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Какая из следующих круговых диаграмм показывает распределение масс элементов в молекуле цистеина, если масса водорода составляет примерно 6% всей массы, углерода — примерно 30%, кислорода — примерно 26%, азота — примерно 12% и серы — примерно 26%?



В ответе запишите номер выбранного варианта ответа.

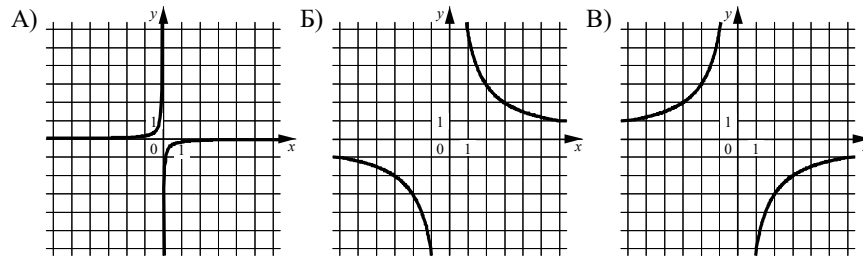
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 В магазине канцтоваров продаётся 200 ручек: 23 красных, 9 зелёных, 8 фиолетовых, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет синей или чёрной.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ



ФОРМУЛЫ

- 1)  $y = -\frac{1}{6x}$       2)  $y = -\frac{6}{x}$       3)  $y = \frac{6}{x}$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

- 11** Выписано несколько последовательных членов геометрической прогрессии:

$$\dots; -6; x; -24; -48; \dots$$

Найдите  $x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Найдите значение выражения  $24ab + 2(-2a + 3b)^2$  при  $a = \sqrt{3}$ ,  $b = \sqrt{6}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 13** Перевести значение температуры по шкале Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула  $t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32)$ , где  $t_C$  — температура в градусах Цельсия,  $t_F$  — температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует 23 градуса по шкале Фаренгейта?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 14** Укажите решение системы неравенств

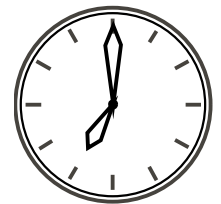
$$\begin{cases} x + 2,8 \leq 0, \\ x + 0,3 \leq -1,4. \end{cases}$$

- 1)  $(-\infty; -2,8]$       3)  $[-2,8; -1,7]$   
 2)  $(-\infty; -2,8] \cup [-1,7; +\infty)$       4)  $[-1,7; +\infty)$

Ответ:

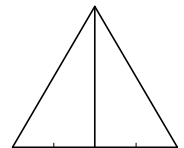
**Модуль «Геометрия»**

- 15** Найдите угол, который образуют минутная и часовая стрелки часов в 7:00. Ответ дайте в градусах.



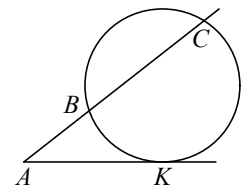
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 16** Сторона равностороннего треугольника равна  $16\sqrt{3}$ . Найдите медиану этого треугольника.



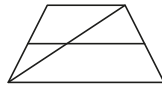
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 17** Через точку  $A$ , лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке  $K$ . Другая прямая пересекает окружность в точках  $B$  и  $C$ , причём  $AB = 3$ ,  $BC = 72$ . Найдите  $AK$ .



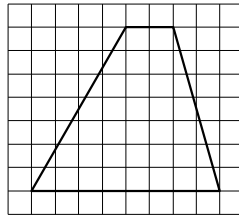
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 18 Основания трапеции равны 8 и 17. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 19 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображена трапеция. Найдите длину её средней линии.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 20 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Основания любой трапеции параллельны.
- 2) Тангенс любого острого угла меньше единицы.
- 3) Сумма углов любого треугольника равна  $360$  градусам.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист бумаги. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

#### Модуль «Алгебра»

- 21 Найдите значение выражения  $41a - 11b + 15$ , если  $\frac{4a - 9b + 3}{9a - 4b + 3} = 5$ .

- 22 Первая труба пропускает на 16 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 105 литров она заполняет на 4 минуты быстрее, чем первая труба?

- 23 Постройте график функции

$$y = \frac{(0,75x^2 + 0,75x) \cdot |x|}{x + 1}.$$

Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  не имеет с графиком ни одной общей точки.

#### Модуль «Геометрия»

- 24 Биссектриса угла  $A$  параллелограмма  $ABCD$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $K$ . Найдите периметр параллелограмма, если  $BK = 7$ ,  $CK = 12$ .
- 25 Окружности с центрами в точках  $I$  и  $J$  не имеют общих точек, и ни одна из них не лежит внутри другой. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении  $m:n$ . Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как  $m:n$ .
- 26 В треугольнике  $ABC$  биссектриса угла  $A$  делит высоту, проведённую из вершины  $B$ , в отношении  $5:4$ , считая от точки  $B$ . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , если  $BC = 6$ .

**Ответы на тренировочные варианты 90601-90604 (ОГЭ) от 19.03.2019**

	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>
<b>90601</b>	- 2,3	3	2	16	0,7	0,8	88	4	0,8	132	- 12	132	- 5	1	150	24	15	8,5	5	1
<b>90602</b>	0,24	4	3	8	14	0,5	65	4	0,5	231	- 16	135	- 50	1	90	15	16	8,5	3	2
<b>90603</b>	- 1,95	3	3	49	2	- 0,8	38	2	0,42	213	- 15	255	10	2	120	18	10	5,5	8	13
<b>90604</b>	- 1,05	4	4	9	3	1,4	5	2	0,65	312	63	- 360	- 80	1	150	21	6	4,5	6	1

**Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом****21**

Найдите значение выражения  $41a - 11b + 15$ , если  $\frac{4a - 9b + 3}{9a - 4b + 3} = 5$ .

**Решение.**

Преобразуем выражение:

$$4a - 9b + 3 = 45a - 20b + 15; \quad 41a - 11b + 12 = 0,$$

значит,  $41a - 11b + 15 = 3$ .

**Ответ:** 3.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

**22**

Первая труба пропускает на 16 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 105 литров она заполняет на 4 минуты быстрее, чем первая труба?

**Решение.**

Пусть первая труба пропускает  $x$  литров в минуту, тогда вторая труба пропускает  $x + 16$  литров в минуту. Получаем уравнение:

$$\frac{105}{x} = \frac{105}{x+16} + 4;$$

$$105x + 1680 = 105x + 4x^2 + 64x;$$

$$x^2 + 16x - 420 = 0,$$

откуда  $x = 14$ . Значит, вторая труба пропускает 30 литров в минуту.

**Ответ:** 30.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

**23** Постройте график функции

$$y = \frac{(0,75x^2 + 0,75x) \cdot |x|}{x+1}$$

Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  не имеет с графиком ни одной общей точки.

**Решение.**

Преобразуем выражение:  $\frac{(0,75x^2 + 0,75x) \cdot |x|}{x+1} = \frac{3x|x|}{4}$

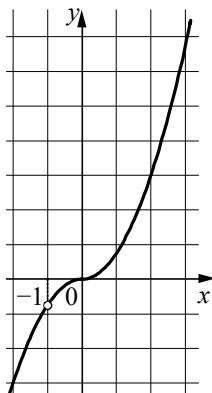
при условии, что  $x \neq -1$ .

Построим график функции  $y = -\frac{3x^2}{4}$  при  $x < -1$

и  $-1 < x < 0$  и график функции  $y = \frac{3x^2}{4}$  при  $x \geq 0$ .

Прямая  $y = m$  не имеет с графиком ни одной общей точки при  $m = -0,75$ .

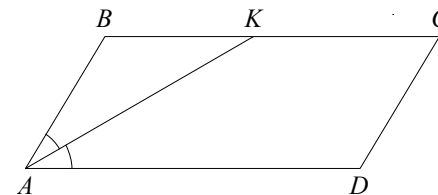
**Ответ:**  $m = -0,75$ .



Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдено искомое значение параметра
1	График построен верно, но искомое значение параметра найдено неверно или не найдено
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

**24** Биссектриса угла  $A$  параллелограмма  $ABCD$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $K$ . Найдите периметр параллелограмма, если  $BK = 7$ ,  $CK = 12$ .

**Решение.**



Углы  $BKA$  и  $KAD$  равны как накрест лежащие при параллельных прямых  $BC$  и  $AD$  и секущей  $AK$ ,  $AK$  — биссектриса угла  $BAD$ , следовательно,  $\angle BKA = \angle KAD = \angle BAK$ . Значит, треугольник  $BKA$  равнобедренный и  $AB = BK = 7$ .

По формуле периметра параллелограмма находим

$$P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 52.$$

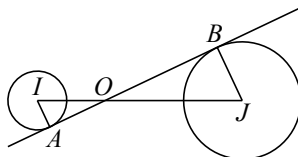
**Ответ:** 52.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

- 25 Окружности с центрами в точках  $I$  и  $J$  не имеют общих точек, и ни одна из них не лежит внутри другой. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении  $m:n$ . Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как  $m:n$ .

**Доказательство.**

Пусть  $A$  и  $B$  — точки касания окружностей с общей касательной,  $O$  — точка пересечения прямых  $IJ$  и  $AB$  (см. рисунок). Тогда  $\angle IAO = 90^\circ$  и  $\angle JBO = 90^\circ$  как углы между касательной и радиусами, проведёнными в точки касания,  $\angle AOI = \angle BOJ$  как вертикальные углы, поэтому прямоугольные треугольники  $AOI$  и  $BOJ$  подобны.



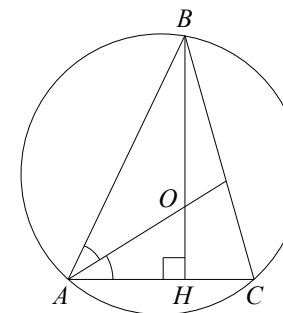
Следовательно,  $\frac{IA}{JB} = \frac{IO}{JO} = \frac{m}{n}$ , значит, радиусы окружностей с центрами в точках  $I$  и  $J$  относятся как  $m:n$ . Таким образом, и диаметры этих окружностей относятся как  $m:n$ .

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

- 26 В треугольнике  $ABC$  биссектриса угла  $A$  делит высоту, проведённую из вершины  $B$ , в отношении  $5:4$ , считая от точки  $B$ . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , если  $BC = 6$ .

**Решение.**

Пусть  $BH$  — высота треугольника, которую биссектриса пересекает в точке  $O$  (см. рисунок).



По теореме о биссектрисе в треугольнике  $ABH$  имеем  $\frac{BA}{AH} = \frac{BO}{OH} = \frac{5}{4}$ .

Следовательно,  $\cos A = \frac{AH}{AB} = \frac{4}{5}$ . Тогда

$$\sin A = \sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{3}{5}.$$

По теореме синусов для треугольника  $ABC$  искомый радиус равен

$$\frac{BC}{2 \sin A} = \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 3} = 5.$$

**Ответ:** 5.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>